Построение **мультипликативной модели временного ряда**.

Общий вид мультипликативной модели следующий:

Y = T x S x E

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как произведение трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент.

Рассчитаем компоненты мультипликативной модели временного ряда.

**Шаг 1**. Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Для этого:

1.1. Найдем скользящие средние (гр. 3 таблицы). Полученные таким образом выровненные значения уже не содержат сезонной компоненты.

1.2. Приведем эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, для чего найдем средние значения из двух последовательных скользящих средних – центрированные скользящие средние (гр. 4 табл.).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| t | yt | Скользящая средняя | Центрированная скользящая средняя | Оценка сезонной компоненты (стлб.2 / стлб.4) |
| 22003 | 131.83 | - | - | - |
| 32003 | 128.84 | 131.163 | - | - |
| 42003 | 132.82 | 132.667 | 131.915 | 1.007 |
| 12004 | 136.34 | 133.487 | 133.077 | 1.025 |
| 22004 | 131.3 | 133.417 | 133.452 | 0.984 |
| 32004 | 132.61 | 132.24 | 132.828 | 0.998 |
| 42004 | 132.81 | 135.917 | 134.078 | 0.991 |
| 12005 | 142.33 | 139.407 | 137.662 | 1.034 |
| 22005 | 143.08 | 143.693 | 141.55 | 1.011 |
| 32005 | 145.67 | 144.803 | 144.248 | 1.01 |
| 42005 | 145.66 | 145.67 | 145.237 | 1.003 |
| 12006 | 145.68 | 146.977 | 146.323 | 0.996 |
| 22006 | 149.59 | 153.397 | 150.187 | 0.996 |
| 32006 | 164.92 | 161.983 | 157.69 | 1.046 |
| 42006 | 171.44 | 168.22 | 165.102 | 1.038 |
| 12007 | 168.3 | 169.273 | 168.747 | 0.997 |
| 22007 | 168.08 | 167.643 | 168.458 | 0.998 |
| 32007 | 166.55 | 166.03 | 166.837 | 0.998 |
| 42007 | 163.46 | 162.913 | 164.472 | 0.994 |
| 12008 | 158.73 | 158.107 | 160.51 | 0.989 |
| 22008 | 152.13 | 154.62 | 156.363 | 0.973 |
| 32008 | 153 | 156.373 | 155.497 | 0.984 |
| 42008 | 163.99 | 166.36 | 161.367 | 1.016 |
| 12009 | 182.09 | 181.17 | 173.765 | 1.048 |
| 22009 | 197.43 | 184.857 | 183.013 | 1.079 |
| 32009 | 175.05 | 181.677 | 183.267 | 0.955 |
| 42009 | 172.55 | 171.66 | 176.668 | 0.977 |
| 12010 | 167.38 | 168.207 | 169.933 | 0.985 |
| 22010 | 164.69 | 169.707 | 168.957 | 0.975 |
| 32010 | 177.05 | 172.993 | 171.35 | 1.033 |
| 42010 | 177.24 | 177.99 | 175.492 | 1.01 |
| 12011 | 179.68 | 175.103 | 176.547 | 1.018 |
| 22011 | 168.39 | 172.71 | 173.907 | 0.968 |
| 32011 | 170.06 | 177.57 | 175.14 | 0.971 |
| 42011 | 194.26 | 186.033 | 181.802 | 1.069 |
| 12012 | 193.78 | 189.093 | 187.563 | 1.033 |
| 22012 | 179.24 | 190.857 | 189.975 | 0.943 |
| 32012 | 199.55 | 189.94 | 190.398 | 1.048 |
| 42012 | 191.03 | 193.027 | 191.483 | 0.998 |
| 12013 | 188.5 | 185.617 | 189.322 | 0.996 |
| 22013 | 177.32 | 182.437 | 184.027 | 0.964 |
| 32013 | 181.49 | 179.353 | 180.895 | 1.003 |
| 42013 | 179.25 | 178.043 | 178.698 | 1.003 |
| 12014 | 173.39 | 181.813 | 179.928 | 0.964 |
| 22014 | 192.8 | 183.45 | 182.632 | 1.056 |
| 32014 | 184.16 | 190.14 | 186.795 | 0.986 |
| 42014 | 193.46 | 211.447 | 200.793 | 0.963 |
| 12015 | 256.72 | 241.143 | 226.295 | 1.134 |
| 22015 | 273.25 | 256.847 | 248.995 | 1.097 |
| 32015 | 240.57 | 272.25 | 264.548 | 0.909 |
| 42015 | 302.93 | 285.803 | 279.027 | 1.086 |
| 12016 | 313.91 | 318.493 | 302.148 | 1.039 |
| 22016 | 338.64 | 330.003 | 324.248 | 1.044 |
| 32016 | 337.46 | 340.507 | 335.255 | 1.007 |
| 42016 | 345.42 | 324.823 | 332.665 | 1.038 |
| 12017 | 291.59 | 305.553 | 315.188 | 0.925 |
| 22017 | 279.65 | 285.623 | 295.588 | 0.946 |
| 32017 | 285.63 | 283.303 | 284.463 | 1.004 |
| 42017 | 284.63 | 284.523 | 283.913 | 1.003 |
| 12018 | 283.31 | 287.277 | 285.9 | 0.991 |
| 22018 | 293.89 | 296.347 | 291.812 | 1.007 |
| 32018 | 311.84 | 311.857 | 304.102 | 1.025 |
| 42018 | 329.84 | 322.853 | 317.355 | 1.039 |
| 12019 | 326.88 | 325.397 | 324.125 | 1.008 |
| 22019 | 319.47 | 323.39 | 324.393 | 0.985 |
| 32019 | 323.82 | 324.3 | 323.845 | 1 |
| 42019 | 329.61 | 323.173 | 323.737 | 1.018 |
| 12020 | 316.09 | 340.393 | 331.783 | 0.953 |
| 22020 | 375.48 | 347.677 | 344.035 | 1.091 |
| 32020 | 351.46 | 373.38 | 360.528 | 0.975 |
| 42020 | 393.2 | 378.317 | 375.848 | 1.046 |
| 12021 | 390.29 | 385.823 | 382.07 | 1.022 |
| 22021 | 373.98 | 374.763 | 380.293 | 0.983 |
| 32021 | 360.02 | 365.123 | 369.943 | 0.973 |
| 42021 | 361.37 | 358.243 | 361.683 | 0.999 |
| 12022 | 353.34 | 396.08 | 377.162 | 0.937 |
| 22022 | 473.53 | 352.787 | 374.433 | 1.265 |
| 32022 | 231.49 | 310.93 | 331.858 | 0.698 |
| 42022 | 227.77 | 241.077 | 276.003 | 0.825 |
| 12023 | 263.97 | 267.493 | 254.285 | 1.038 |
| 22023 | 310.74 | 299.593 | 283.543 | 1.096 |
| 32023 | 324.07 | 330.713 | 315.153 | 1.028 |
| 12024 | 357.33 | - | - | - |

**Шаг 2**. Найдем оценки сезонной компоненты как частное от деления фактических уровней ряда на центрированные скользящие средние (гр. 5 табл.). Эти оценки используются для расчета сезонной компоненты S. Для этого найдем средние за каждый период оценки сезонной компоненты Sj. Сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В мультипликативной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна числу периодов в цикле. В нашем случае число периодов одного цикла равно 4.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатели | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | - | - | 1.007 | 1.025 |
| 2 | 0.984 | 0.998 | 0.991 | 1.034 |
| 3 | 1.011 | 1.01 | 1.003 | 0.996 |
| 4 | 0.996 | 1.046 | 1.038 | 0.997 |
| 5 | 0.998 | 0.998 | 0.994 | 0.989 |
| 6 | 0.973 | 0.984 | 1.016 | 1.048 |
| 7 | 1.079 | 0.955 | 0.977 | 0.985 |
| 8 | 0.975 | 1.033 | 1.01 | 1.018 |
| 9 | 0.968 | 0.971 | 1.069 | 1.033 |
| 10 | 0.943 | 1.048 | 0.998 | 0.996 |
| 11 | 0.964 | 1.003 | 1.003 | 0.964 |
| 12 | 1.056 | 0.986 | 0.963 | 1.134 |
| 13 | 1.097 | 0.909 | 1.086 | 1.039 |
| 14 | 1.044 | 1.007 | 1.038 | 0.925 |
| 15 | 0.946 | 1.004 | 1.003 | 0.991 |
| 16 | 1.007 | 1.025 | 1.039 | 1.008 |
| 17 | 0.985 | 1 | 1.018 | 0.953 |
| 18 | 1.091 | 0.975 | 1.046 | 1.022 |
| 19 | 0.983 | 0.973 | 0.999 | 0.937 |
| 20 | 1.265 | 0.698 | 0.825 | 1.038 |
| 21 | 1.096 | 1.028 | - |   |
| Всего за период | 20.461 | 19.652 | 20.123 | 20.13 |
| Средняя оценка сезонной компоненты | 1.023 | 0.983 | 1.006 | 0.959 |
| Скорректированная сезонная компонента, Si | 1.031 | 0.99 | 1.014 | 0.966 |

Для данной модели имеем:

1.023 + 0.983 + 1.006 + 0.959 = 3.97

Корректирующий коэффициент: k=4/3.97 = 1.007

Рассчитываем скорректированные значения сезонной компоненты Si и заносим полученные данные в таблицу.

**Шаг 3**. Разделим каждый уровень исходного ряда на соответствующие значения сезонной компоненты. В результате получим величины T x E = Y/S (гр. 4 табл.), которые содержат только тенденцию и случайную компоненту.

**Находим параметры уравнения методом наименьших квадратов**.

Система уравнений МНК:

a0n + a1∑t = ∑y

a0∑t + a1∑t2 = ∑y∙t

Для наших данных система уравнений имеет вид:

83a0 + 3486a1 = 19319.47

3486a0 + 194054a1 = 959349.7

Из первого уравнения выражаем а0 и подставим во второе уравнение

Получаем a = 102.351, b = 3.105

Среднее значение

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | y | t2 | y2 | t∙y | y(t) |  | (y-y(t))2 |
| 1 | 127.906 | 1 | 16359.819 | 127.906 | 105.456 | 10995.437 | 503.962 |
| 2 | 130.15 | 4 | 16938.917 | 260.299 | 108.561 | 10529.847 | 466.047 |
| 3 | 131.033 | 9 | 17169.626 | 393.099 | 111.667 | 10349.343 | 375.056 |
| 4 | 141.177 | 16 | 19930.821 | 564.706 | 114.772 | 8388.377 | 697.22 |
| 5 | 127.391 | 25 | 16228.54 | 636.956 | 117.877 | 11103.544 | 90.527 |
| 6 | 133.958 | 36 | 17944.723 | 803.747 | 120.982 | 9762.769 | 168.38 |
| 7 | 131.023 | 49 | 17167.04 | 917.161 | 124.087 | 10351.35 | 48.111 |
| 8 | 147.379 | 64 | 21720.584 | 1179.032 | 127.192 | 7290.699 | 407.519 |
| 9 | 138.821 | 81 | 19271.16 | 1249.385 | 130.297 | 8825.482 | 72.651 |
| 10 | 147.151 | 100 | 21653.318 | 1471.507 | 133.402 | 7329.753 | 189.023 |
| 11 | 143.7 | 121 | 20649.735 | 1580.702 | 136.507 | 7932.482 | 51.739 |
| 12 | 150.848 | 144 | 22755.085 | 1810.175 | 139.612 | 6710.354 | 126.239 |
| 13 | 145.137 | 169 | 21064.692 | 1886.778 | 142.717 | 7678.637 | 5.854 |
| 14 | 166.596 | 196 | 27754.338 | 2332.349 | 145.822 | 4378.245 | 431.555 |
| 15 | 169.133 | 225 | 28606.07 | 2536.999 | 148.928 | 4048.949 | 408.274 |
| 16 | 174.27 | 256 | 30370.143 | 2788.325 | 152.033 | 3421.586 | 494.516 |
| 17 | 163.076 | 289 | 26593.902 | 2772.298 | 155.138 | 4856.455 | 63.023 |
| 18 | 168.243 | 324 | 28305.673 | 3028.372 | 158.243 | 4163.055 | 100.003 |
| 19 | 161.261 | 361 | 26005 | 3063.953 | 161.348 | 5112.819 | 0.0076 |
| 20 | 164.361 | 400 | 27014.481 | 3287.217 | 164.453 | 4679.082 | 0.00848 |
| 21 | 147.601 | 441 | 21786.111 | 3099.625 | 167.558 | 7252.813 | 398.274 |
| 22 | 154.555 | 484 | 23887.301 | 3400.214 | 170.663 | 6116.721 | 259.464 |
| 23 | 161.784 | 529 | 26173.91 | 3721.021 | 173.768 | 5038.318 | 143.631 |
| 24 | 188.55 | 576 | 35550.916 | 4525.188 | 176.873 | 1954.978 | 136.336 |
| 25 | 191.553 | 625 | 36692.414 | 4788.816 | 179.978 | 1698.429 | 133.965 |
| 26 | 176.829 | 676 | 31268.601 | 4597.562 | 183.083 | 3128.762 | 39.114 |
| 27 | 170.228 | 729 | 28977.693 | 4596.166 | 186.188 | 3910.787 | 254.725 |
| 28 | 173.318 | 784 | 30039.018 | 4852.895 | 189.294 | 3533.941 | 255.228 |
| 29 | 159.787 | 841 | 25531.977 | 4633.831 | 192.399 | 5325.694 | 1063.499 |
| 30 | 178.85 | 900 | 31987.189 | 5365.489 | 195.504 | 2906.829 | 277.358 |
| 31 | 174.855 | 961 | 30574.359 | 5420.513 | 198.609 | 3353.497 | 564.23 |
| 32 | 186.054 | 1024 | 34616.095 | 5953.728 | 201.714 | 2181.883 | 245.231 |
| 33 | 163.377 | 1089 | 26692.09 | 5391.446 | 204.819 | 4814.625 | 1717.422 |
| 34 | 171.789 | 1156 | 29511.315 | 5840.812 | 207.924 | 3718.08 | 1305.769 |
| 35 | 191.646 | 1225 | 36728.284 | 6707.619 | 211.029 | 1690.722 | 375.694 |
| 36 | 200.654 | 1296 | 40262.107 | 7223.551 | 214.134 | 1031.08 | 181.71 |
| 37 | 173.904 | 1369 | 30242.651 | 6434.453 | 217.239 | 3464.558 | 1877.931 |
| 38 | 201.578 | 1444 | 40633.822 | 7659.976 | 220.344 | 972.586 | 352.163 |
| 39 | 188.46 | 1521 | 35517.061 | 7349.929 | 223.449 | 1962.927 | 1224.279 |
| 40 | 195.187 | 1600 | 38097.924 | 7807.476 | 226.554 | 1412.087 | 983.926 |
| 41 | 172.041 | 1681 | 29598.209 | 7053.693 | 229.66 | 3687.324 | 3319.864 |
| 42 | 183.335 | 1764 | 33611.633 | 7700.06 | 232.765 | 2443.313 | 2443.313 |
| 43 | 176.838 | 1849 | 31271.751 | 7604.043 | 235.87 | 3127.766 | 3484.719 |
| 44 | 179.541 | 1936 | 32234.927 | 7899.799 | 238.975 | 2832.769 | 3532.391 |
| 45 | 187.06 | 2025 | 34991.62 | 8417.721 | 242.08 | 2088.871 | 3027.135 |
| 46 | 186.032 | 2116 | 34607.866 | 8557.467 | 245.185 | 2183.949 | 3499.084 |
| 47 | 190.857 | 2209 | 36426.399 | 8970.28 | 248.29 | 1756.249 | 3298.552 |
| 48 | 265.827 | 2304 | 70663.966 | 12759.693 | 251.395 | 1093.116 | 208.278 |
| 49 | 265.116 | 2401 | 70286.243 | 12990.661 | 254.5 | 1046.58 | 112.685 |
| 50 | 243.015 | 2500 | 59056.425 | 12150.764 | 257.605 | 105.076 | 212.868 |
| 51 | 298.854 | 2601 | 89313.775 | 15241.559 | 260.71 | 4367.817 | 1454.946 |
| 52 | 325.046 | 2704 | 105654.719 | 16902.377 | 263.815 | 8515.798 | 3749.149 |
| 53 | 328.559 | 2809 | 107950.958 | 17413.622 | 266.921 | 9176.542 | 3799.293 |
| 54 | 340.89 | 2916 | 116206.071 | 18408.066 | 270.026 | 11691.119 | 5021.782 |
| 55 | 340.772 | 3025 | 116125.831 | 18742.482 | 273.131 | 11665.677 | 4575.405 |
| 56 | 301.934 | 3136 | 91164.1 | 16908.3 | 276.236 | 4784.391 | 660.397 |
| 57 | 271.325 | 3249 | 73617.258 | 15465.525 | 279.341 | 1486.902 | 64.253 |
| 58 | 288.533 | 3364 | 83251.459 | 16734.931 | 282.446 | 3110.142 | 37.056 |
| 59 | 280.8 | 3481 | 78848.824 | 16567.219 | 285.551 | 2307.427 | 22.569 |
| 60 | 293.36 | 3600 | 86060.211 | 17601.612 | 288.656 | 3671.823 | 22.129 |
| 61 | 285.141 | 3721 | 81305.44 | 17393.606 | 291.761 | 2743.292 | 43.825 |
| 62 | 315.01 | 3844 | 99231.112 | 19530.601 | 294.866 | 6764.25 | 405.76 |
| 63 | 325.402 | 3969 | 105886.482 | 20500.328 | 297.971 | 8581.686 | 752.445 |
| 64 | 338.476 | 4096 | 114565.881 | 21662.452 | 301.076 | 11174.854 | 1398.719 |
| 65 | 309.96 | 4225 | 96074.947 | 20147.373 | 304.181 | 5959.06 | 33.387 |
| 66 | 327.111 | 4356 | 107001.915 | 21589.357 | 307.287 | 8901.325 | 393.028 |
| 67 | 325.175 | 4489 | 105738.862 | 21786.733 | 310.392 | 8539.698 | 218.552 |
| 68 | 327.303 | 4624 | 107127.288 | 22256.608 | 313.497 | 8937.512 | 190.616 |
| 69 | 364.302 | 4761 | 132716.099 | 25136.852 | 316.602 | 17302.132 | 2275.332 |
| 70 | 355.032 | 4900 | 126048.019 | 24852.269 | 319.707 | 14949.41 | 1247.896 |
| 71 | 387.91 | 5041 | 150473.801 | 27541.576 | 322.812 | 24069.936 | 4237.698 |
| 72 | 404.135 | 5184 | 163325.293 | 29097.737 | 325.917 | 29367.883 | 6118.092 |
| 73 | 362.847 | 5329 | 131657.845 | 26487.821 | 329.022 | 16921.385 | 1144.116 |
| 74 | 363.679 | 5476 | 132262.726 | 26912.278 | 332.127 | 17138.682 | 995.545 |
| 75 | 356.508 | 5625 | 127097.809 | 26738.085 | 335.232 | 15312.369 | 452.649 |
| 76 | 365.874 | 5776 | 133864.126 | 27806.46 | 338.337 | 17718.227 | 758.294 |
| 77 | 459.433 | 5929 | 211078.98 | 35376.366 | 341.442 | 51378.693 | 13921.858 |
| 78 | 233.843 | 6084 | 54682.541 | 18239.753 | 344.547 | 1.163 | 12255.485 |
| 79 | 224.705 | 6241 | 50492.505 | 17751.725 | 347.653 | 64.952 | 15116.01 |
| 80 | 273.334 | 6400 | 74711.549 | 21866.731 | 350.758 | 1645.884 | 5994.398 |
| 81 | 301.489 | 6561 | 90895.904 | 24420.647 | 353.863 | 4723.103 | 2742.956 |
| 82 | 327.364 | 6724 | 107167.197 | 26843.849 | 356.968 | 8949.042 | 876.384 |
| 83 | 352.522 | 6889 | 124271.87 | 29259.339 | 360.073 | 14341.863 | 57.013 |
| 3486 | 19319.465 | 194054 | 5086894.94 | 959349.699 | 19319.465 | 590006.634 | 130665.586 |

**Шаг 4**. Определим компоненту T данной модели. Для этого проведем аналитическое выравнивание ряда (T + E) с помощью линейного тренда. Результаты аналитического выравнивания следующие:

T = 102.351 + 3.105t

Подставляя в это уравнение значения t = 1,...,83, найдем уровни T для каждого момента времени (гр. 5 табл.).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | yt | Si | yt/Si | T | TxSi | E = yt / (T x Si) | (yt - T∙S)2 |
| 1 | 131.83 | 1.031 | 127.906 | 105.456 | 108.692 | 1.213 | 535.363 |
| 2 | 128.84 | 0.99 | 130.15 | 108.561 | 107.469 | 1.199 | 456.715 |
| 3 | 132.82 | 1.014 | 131.033 | 111.667 | 113.19 | 1.173 | 385.356 |
| 4 | 136.34 | 0.966 | 141.177 | 114.772 | 110.84 | 1.23 | 650.266 |
| 5 | 131.3 | 1.031 | 127.391 | 117.877 | 121.494 | 1.081 | 96.167 |
| 6 | 132.61 | 0.99 | 133.958 | 120.982 | 119.764 | 1.107 | 165.008 |
| 7 | 132.81 | 1.014 | 131.023 | 124.087 | 125.779 | 1.056 | 49.432 |
| 8 | 142.33 | 0.966 | 147.379 | 127.192 | 122.834 | 1.159 | 380.075 |
| 9 | 143.08 | 1.031 | 138.821 | 130.297 | 134.295 | 1.065 | 77.178 |
| 10 | 145.67 | 0.99 | 147.151 | 133.402 | 132.06 | 1.103 | 185.238 |
| 11 | 145.66 | 1.014 | 143.7 | 136.507 | 138.369 | 1.053 | 53.16 |
| 12 | 145.68 | 0.966 | 150.848 | 139.612 | 134.829 | 1.08 | 117.738 |
| 13 | 149.59 | 1.031 | 145.137 | 142.717 | 147.096 | 1.017 | 6.218 |
| 14 | 164.92 | 0.99 | 166.596 | 145.822 | 144.355 | 1.142 | 422.914 |
| 15 | 171.44 | 1.014 | 169.133 | 148.928 | 150.959 | 1.136 | 419.486 |
| 16 | 168.3 | 0.966 | 174.27 | 152.033 | 146.824 | 1.146 | 461.214 |
| 17 | 168.08 | 1.031 | 163.076 | 155.138 | 159.898 | 1.051 | 66.95 |
| 18 | 166.55 | 0.99 | 168.243 | 158.243 | 156.65 | 1.063 | 98.001 |
| 19 | 163.46 | 1.014 | 161.261 | 161.348 | 163.548 | 0.999 | 0.00781 |
| 20 | 158.73 | 0.966 | 164.361 | 164.453 | 158.819 | 0.999 | 0.00791 |
| 21 | 152.13 | 1.031 | 147.601 | 167.558 | 172.699 | 0.881 | 423.089 |
| 22 | 153 | 0.99 | 154.555 | 170.663 | 168.946 | 0.906 | 254.269 |
| 23 | 163.99 | 1.014 | 161.784 | 173.768 | 176.138 | 0.931 | 147.575 |
| 24 | 182.09 | 0.966 | 188.55 | 176.873 | 170.814 | 1.066 | 127.154 |
| 25 | 197.43 | 1.031 | 191.553 | 179.978 | 185.501 | 1.064 | 142.312 |
| 26 | 175.05 | 0.99 | 176.829 | 183.083 | 181.241 | 0.966 | 38.33 |
| 27 | 172.55 | 1.014 | 170.228 | 186.188 | 188.728 | 0.914 | 261.72 |
| 28 | 167.38 | 0.966 | 173.318 | 189.294 | 182.809 | 0.916 | 238.04 |
| 29 | 164.69 | 1.031 | 159.787 | 192.399 | 198.302 | 0.831 | 1129.762 |
| 30 | 177.05 | 0.99 | 178.85 | 195.504 | 193.536 | 0.915 | 271.804 |
| 31 | 177.24 | 1.014 | 174.855 | 198.609 | 201.317 | 0.88 | 579.725 |
| 32 | 179.68 | 0.966 | 186.054 | 201.714 | 194.803 | 0.922 | 228.716 |
| 33 | 168.39 | 1.031 | 163.377 | 204.819 | 211.103 | 0.798 | 1824.429 |
| 34 | 170.06 | 0.99 | 171.789 | 207.924 | 205.832 | 0.826 | 1279.624 |
| 35 | 194.26 | 1.014 | 191.646 | 211.029 | 213.907 | 0.908 | 386.012 |
| 36 | 193.78 | 0.966 | 200.654 | 214.134 | 206.798 | 0.937 | 169.472 |
| 37 | 179.24 | 1.031 | 173.904 | 217.239 | 223.905 | 0.801 | 1994.939 |
| 38 | 199.55 | 0.99 | 201.578 | 220.344 | 218.127 | 0.915 | 345.111 |
| 39 | 191.03 | 1.014 | 188.46 | 223.449 | 226.497 | 0.843 | 1257.901 |
| 40 | 188.5 | 0.966 | 195.187 | 226.554 | 218.793 | 0.862 | 917.664 |
| 41 | 177.32 | 1.031 | 172.041 | 229.66 | 236.706 | 0.749 | 3526.714 |
| 42 | 181.49 | 0.99 | 183.335 | 232.765 | 230.423 | 0.788 | 2394.39 |
| 43 | 179.25 | 1.014 | 176.838 | 235.87 | 239.087 | 0.75 | 3580.42 |
| 44 | 173.39 | 0.966 | 179.541 | 238.975 | 230.788 | 0.751 | 3294.505 |
| 45 | 192.8 | 1.031 | 187.06 | 242.08 | 249.508 | 0.773 | 3215.746 |
| 46 | 184.16 | 0.99 | 186.032 | 245.185 | 242.718 | 0.759 | 3429.021 |
| 47 | 193.46 | 1.014 | 190.857 | 248.29 | 251.676 | 0.769 | 3389.14 |
| 48 | 256.72 | 0.966 | 265.827 | 251.395 | 242.783 | 1.057 | 194.252 |
| 49 | 273.25 | 1.031 | 265.116 | 254.5 | 262.309 | 1.042 | 119.706 |
| 50 | 240.57 | 0.99 | 243.015 | 257.605 | 255.013 | 0.943 | 208.606 |
| 51 | 302.93 | 1.014 | 298.854 | 260.71 | 264.266 | 1.146 | 1494.903 |
| 52 | 313.91 | 0.966 | 325.046 | 263.815 | 254.777 | 1.232 | 3496.665 |
| 53 | 338.64 | 1.031 | 328.559 | 266.921 | 275.11 | 1.231 | 4036.015 |
| 54 | 337.46 | 0.99 | 340.89 | 270.026 | 267.309 | 1.262 | 4921.229 |
| 55 | 345.42 | 1.014 | 340.772 | 273.131 | 276.856 | 1.248 | 4701.058 |
| 56 | 291.59 | 0.966 | 301.934 | 276.236 | 266.772 | 1.093 | 615.923 |
| 57 | 279.65 | 1.031 | 271.325 | 279.341 | 287.912 | 0.971 | 68.257 |
| 58 | 285.63 | 0.99 | 288.533 | 282.446 | 279.604 | 1.022 | 36.314 |
| 59 | 284.63 | 1.014 | 280.8 | 285.551 | 289.445 | 0.983 | 23.189 |
| 60 | 283.31 | 0.966 | 293.36 | 288.656 | 278.767 | 1.016 | 20.639 |
| 61 | 293.89 | 1.031 | 285.141 | 291.761 | 300.713 | 0.977 | 46.556 |
| 62 | 311.84 | 0.99 | 315.01 | 294.866 | 291.899 | 1.068 | 397.635 |
| 63 | 329.84 | 1.014 | 325.402 | 297.971 | 302.035 | 1.092 | 773.11 |
| 64 | 326.88 | 0.966 | 338.476 | 301.076 | 290.762 | 1.124 | 1304.523 |
| 65 | 319.47 | 1.031 | 309.96 | 304.181 | 313.515 | 1.019 | 35.467 |
| 66 | 323.82 | 0.99 | 327.111 | 307.287 | 304.195 | 1.065 | 385.159 |
| 67 | 329.61 | 1.014 | 325.175 | 310.392 | 314.625 | 1.048 | 224.554 |
| 68 | 316.09 | 0.966 | 327.303 | 313.497 | 302.757 | 1.044 | 177.779 |
| 69 | 375.48 | 1.031 | 364.302 | 316.602 | 326.316 | 1.151 | 2417.101 |
| 70 | 351.46 | 0.99 | 355.032 | 319.707 | 316.49 | 1.11 | 1222.909 |
| 71 | 393.2 | 1.014 | 387.91 | 322.812 | 327.215 | 1.202 | 4354.077 |
| 72 | 390.29 | 0.966 | 404.135 | 325.917 | 314.751 | 1.24 | 5706.074 |
| 73 | 373.98 | 1.031 | 362.847 | 329.022 | 339.117 | 1.103 | 1215.402 |
| 74 | 360.02 | 0.99 | 363.679 | 332.127 | 328.785 | 1.095 | 975.611 |
| 75 | 361.37 | 1.014 | 356.508 | 335.232 | 339.804 | 1.063 | 465.08 |
| 76 | 353.34 | 0.966 | 365.874 | 338.337 | 326.746 | 1.081 | 707.228 |
| 77 | 473.53 | 1.031 | 459.433 | 341.442 | 351.919 | 1.346 | 14789.286 |
| 78 | 231.49 | 0.99 | 233.843 | 344.547 | 341.081 | 0.679 | 12010.091 |
| 79 | 227.77 | 1.014 | 224.705 | 347.653 | 352.394 | 0.646 | 15531.139 |
| 80 | 263.97 | 0.966 | 273.334 | 350.758 | 338.741 | 0.779 | 5590.711 |
| 81 | 310.74 | 1.031 | 301.489 | 353.863 | 364.72 | 0.852 | 2913.861 |
| 82 | 324.07 | 0.99 | 327.364 | 356.968 | 353.376 | 0.917 | 858.836 |
| 83 | 357.33 | 1.014 | 352.522 | 360.073 | 364.984 | 0.979 | 58.579 |
|   |   |   |   |   |   | 83.421 | 131571.601 |

**Шаг 5**. Найдем уровни ряда, умножив значения T на соответствующие значения сезонной компоненты (гр. 6 табл.).

Расчет ошибки в мультипликативной модели производится по формуле:

E = ∑Y/(T ∙ S) = 83.42

Для сравнения мультипликативной модели и других моделей временного ряда можно использовать сумму квадратов абсолютных ошибок:

Получаем a = 242.385, b = -0.000357

Среднее значение

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t | y |  |
| 22003 | 131.83 | 10194.43 |
| 32003 | 128.84 | 10807.156 |
| 42003 | 132.82 | 9995.494 |
| 12004 | 136.34 | 9304.043 |
| 22004 | 131.3 | 10301.736 |
| 32004 | 132.61 | 10037.529 |
| 42004 | 132.81 | 9997.494 |
| 12005 | 142.33 | 8184.363 |
| 22005 | 143.08 | 8049.224 |
| 32005 | 145.67 | 7591.196 |
| 42005 | 145.66 | 7592.939 |
| 12006 | 145.68 | 7589.454 |
| 22006 | 149.59 | 6923.483 |
| 32006 | 164.92 | 4607.351 |
| 42006 | 171.44 | 3764.739 |
| 12007 | 168.3 | 4159.924 |
| 22007 | 168.08 | 4188.351 |
| 32007 | 166.55 | 4388.727 |
| 42007 | 163.46 | 4807.685 |
| 12008 | 158.73 | 5485.99 |
| 22008 | 152.13 | 6507.241 |
| 32008 | 153 | 6367.636 |
| 42008 | 163.99 | 4734.468 |
| 12009 | 182.09 | 2571.248 |
| 22009 | 197.43 | 1250.858 |
| 32009 | 175.05 | 3334.77 |
| 42009 | 172.55 | 3629.758 |
| 12010 | 167.38 | 4279.445 |
| 22010 | 164.69 | 4638.627 |
| 32010 | 177.05 | 3107.78 |
| 42010 | 177.24 | 3086.632 |
| 12011 | 179.68 | 2821.466 |
| 22011 | 168.39 | 4148.322 |
| 32011 | 170.06 | 3935.99 |
| 42011 | 194.26 | 1485.137 |
| 12012 | 193.78 | 1522.363 |
| 22012 | 179.24 | 2868.403 |
| 32012 | 199.55 | 1105.394 |
| 42012 | 191.03 | 1744.522 |
| 12013 | 188.5 | 1962.266 |
| 22013 | 177.32 | 3077.75 |
| 32013 | 181.49 | 2632.456 |
| 42013 | 179.25 | 2867.332 |
| 12014 | 173.39 | 3529.247 |
| 22014 | 192.8 | 1599.798 |
| 32014 | 184.16 | 2365.603 |
| 42014 | 193.46 | 1547.437 |
| 12015 | 256.72 | 572.287 |
| 22015 | 273.25 | 1636.407 |
| 32015 | 240.57 | 60.412 |
| 42015 | 302.93 | 4918.572 |
| 12016 | 313.91 | 6579.243 |
| 22016 | 338.64 | 11202.641 |
| 32016 | 337.46 | 10954.245 |
| 42016 | 345.42 | 12683.834 |
| 12017 | 291.59 | 3456.562 |
| 22017 | 279.65 | 2195.16 |
| 32017 | 285.63 | 2791.276 |
| 42017 | 284.63 | 2686.611 |
| 12018 | 283.31 | 2551.516 |
| 22018 | 293.89 | 3732.297 |
| 32018 | 311.84 | 6247.722 |
| 42018 | 329.84 | 9417.253 |
| 12019 | 326.88 | 8851.522 |
| 22019 | 319.47 | 7512.127 |
| 32019 | 323.82 | 8285.101 |
| 42019 | 329.61 | 9372.666 |
| 12020 | 316.09 | 6937.646 |
| 22020 | 375.48 | 20358.304 |
| 32020 | 351.46 | 14080.796 |
| 42020 | 393.2 | 25728.972 |
| 12021 | 390.29 | 24803.897 |
| 22021 | 373.98 | 19932.507 |
| 32021 | 360.02 | 16185.572 |
| 42021 | 361.37 | 16530.896 |
| 12022 | 353.34 | 14530.502 |
| 22022 | 473.53 | 57952.151 |
| 32022 | 231.49 | 1.709 |
| 42022 | 227.77 | 25.275 |
| 12023 | 263.97 | 971.727 |
| 22023 | 310.74 | 6075.038 |
| 32023 | 324.07 | 8330.675 |
| 12024 | 357.33 | 15508.351 |
| 2227090 | 19322.19 | 594354.729 |

Коэффициент детерминации.

Следовательно, можно сказать, что мультипликативная модель объясняет 78% общей вариации уровней временного ряда.

Проверка адекватности модели данным наблюдения.

где m - количество факторов в уравнении тренда (m=1).

Fkp = 3.9469

Поскольку F > Fkp, то уравнение статистически значимо.

**Шаг 6**. Прогнозирование по мультипликативной модели. Прогнозное значение Ft уровня временного ряда в мультипликативной модели есть произведение трендовой и сезонной компонент. Для определения трендовой компоненты воспользуемся уравнением тренда:T = 102.351 + 3.105t

Прогноз на 1 период:

T12025 = 102.351 + 3.105∙12025 = 37440.925

Значение сезонного компонента за соответствующий период равно: S1 = 1.031

Таким образом, F12025 = T12025 • S1 = 37440.925 • 1.031 = 38589.715

Прогноз на 2 период:

T12026 = 102.351 + 3.105∙12026 = 37444.03

Значение сезонного компонента за соответствующий период равно: S2 = 0.99

Таким образом, F12026 = T12026 • S2 = 37444.03 • 0.99 = 37067.259

Прогноз на 3 период:

T12027 = 102.351 + 3.105∙12027 = 37447.135

Значение сезонного компонента за соответствующий период равно: S3 = 1.014

Таким образом, F12027 = T12027 • S3 = 37447.135 • 1.014 = 37957.855

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Мультипликативная модель временного ряда](https://axd.semestr.ru/dinam/multiplicative.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Аддитивная модель временного ряда](https://axd.semestr.ru/dinam/additive.php)

[Сглаживание методом скользящей средней](https://math.semestr.ru/trend/smoothing.php)

[Аналитическое выравнивание](https://math.semestr.ru/trend/analis.php)

[Уравнение парной линейной регрессии](https://math.semestr.ru/corel/corel.php)

[Уравнение множественной регрессии](https://math.semestr.ru/regress/corel.php)

[Показатели вариации](https://math.semestr.ru/group/variations.php)

[Показатели динамики](https://axd.semestr.ru/dinam/group.php)